

1. (7p) Fie ecuația $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{8-\sqrt{x}} = 3$. Să se determine suma rădăcinilor ecuației.

- a) -49 b) 49 c) 0 d) -48 e) 48

2. (9p) Fie șirul $(x_n)_{n>1}$ cu termenul general $x_n = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{C_{n+1}^2}\right)$, $n \in \mathbf{N}^* \setminus \{1\}$. Să se

determine suma tuturor elementelor mulțimii $M = \left\{n \in \mathbf{N}^* \setminus \{1\} : \frac{1}{2} \leq x_n \leq \frac{2}{3}\right\}$.

- a) 7 b) 18 c) 9 d) 20 e) 12

3. (9p) Fie mulțimile $M = \left\{z \in \mathbf{C} : |z-2|=2 \text{ și } \left[\frac{1}{|z-3|}\right] = 1\right\}$ și $P = \{|z| : z \in M\}$. Atunci:

- a) $P \subset \left(4, \frac{\sqrt{70}}{2}\right]$ b) $P = \left(4, \frac{35}{8}\right)$ c) $P = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ d) $P \subset (1, 4]$ e) $P = \left(4, \frac{\sqrt{75}}{2}\right)$

4. (8p) Să se determine mulțimea valorilor parametrului real m pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx - 2y = 1 \\ -2x + y = m \\ x + my = -2 \end{cases}$$

este compatibil.

- a) $\mathbf{R} \setminus \{1\}$ b) $\mathbf{R} \setminus \{-1\}$ c) $\{-1\}$ d) $\{\pm 1; 2\}$ e) $\{1\}$

5. (7p) Fie polinomul $f = X^3 + aX^2 + bX + c$, $a, b, c \in \mathbf{R}$. Să se determine $(b+c)^a$ știind că restul împărțirii polinomului f la $X^2 + 2$ este $X + 1$ și restul împărțirii lui f la $X + 1$ este 3.

- a) 49 b) 32 c) $\frac{1}{64}$ d) 64 e) -27

6. (10p) Fie (OA) și (OB) două raze perpendiculare în cercul de centru O și rază $2\sqrt{5}$. Să se calculeze latura pătratului $MNPQ$, unde $Q \in (OA)$, $P \in (OB)$, iar M și N aparțin arcului mic AB .

- a) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ b) $\sqrt{5}$ c) $2\sqrt{2}$ d) 2 e) $\sqrt{2}$

7. (8p) Fie C simetricul punctului $A(1,2)$ față de punctul $B(3,4)$. Prin C se duce o dreaptă d ce intersectează axa Ox în punctul P . Să se determine toate valorile pantei dreptei d astfel încât aria triunghiului APC să fie egală cu 4.

- a) $-3,1$ b) $\frac{6}{5}, \frac{6}{7}$ c) $-2,0$ d) $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}$ e) $1, \frac{6}{5}$

8. (9p) Să se determine $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - x \ln(e^x + 1))$.

- a) ∞ b) 0 c) 1 d) $-\infty$ e) nu există

9. (10p) Să se calculeze integrala $\int_1^2 \sqrt{\frac{x-1}{3-x}} dx$.

- a) $\frac{\pi}{2} + 1$ b) $\frac{\pi}{2} - 1$ c) $\pi + 1$ d) $\pi - \frac{1}{2}$ e) $\frac{\pi - 1}{2}$

10. (8p) Să se determine aria figurii plane situată în cadranul IV, mărginită de parabola $y^2 = 9 - 2x$ și de dreapta $2x - 3y = 9$.

- a) 9 b) $\frac{9}{2}$ c) 18 d) $\frac{9}{4}$ e) 24

11. (8p) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x^2 - 2x + 1) \cdot e^x$. Să se determine mulțimea absciselor punctelor de extrem local ale funcției f .

- a) $\{-1, 0\}$ b) $\{0\}$ c) $\{0, 1\}$ d) $\{-1, 1\}$ e) $\{1\}$

12. (7p) Fie funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ definită prin $f(x) = x \cdot \ln x$. Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă 1.

- a) $2y - x + 1 = 0$ b) $y - x - 1 = 0$ c) $y + x = 0$ d) $y - x + 1 = 0$ e) $y - 2x + 1 = 0$